**Trabajo Práctico N° 6:**

**Matrices.**

**Ejercicio 1.**

*Dadas las matrices A= , B= , C= , calcular:*

**(a)** *3A - 2B + C.*

3A - 2B + C= 3 - 2 +

3A - 2B + C= - +

3A - 2B + C= .

**(b)** *A - 3 (B - C).*

A - 3 (B - C)= - 3 [ - ]

A - 3 (B - C)= - 3

A - 3 (B - C)= -

A - 3 (B - C)= .

**(c)** *Hallar una matriz D de 2x2 que cumpla que A - D= B.*

A - D= B

D= A - B

D= -

D= .

**(d)** *Hallar una matriz E de 2x2 que cumpla que A + B + E sea una matriz triangular superior.*

A + B + E=

E= - A - B

E= - -

E= .

**(e)** *Hallar una matriz F de 2x2 que sea el opuesto de C - B + A.*

F= -(C - B + A)

F= B - C - A

F= - -

F= .

**(f)** *Hallar una matriz G de 2x2 que cumpla que B - 3G + 4 (A + B)= .*

B - 3G + 4 (A + B)=

B - 3G + 4A + 4B=

-3G + 4A + 5B=

3G + = 4A + 5B

3G= 4A + 5B

G=

G= A + B

G= +

G= +

G= .

**Ejercicio 2.**

*Sean A , B , C , D . Indicar cuáles de las siguientes operaciones son posibles y, en caso afirmativo, cuál es la cantidad de filas y de columnas de la matriz resultado.*

**(a)** *AB.*

Esta operación es posible, por lo que el tamaño de la matriz resultado es .

**(b)** *BA.*

Esta operación no es posible.

**(c)** *AC.*

Esta operación no es posible.

**(d)** *CB.*

Esta operación es posible, por lo que el tamaño de la matriz resultado es .

**(e)** *ABD.*

Esta operación es posible, por lo que el tamaño de la matriz resultado es .

**Ejercicio 3.**

*En los casos que sea posible, calcular AB y BA, ¿es AB= BA?*

**(a)** *A= , B= .*

AB=

AB= .

BA no es posible calcularlo.

**(b)** *A= , B= .*

AB=

AB= 9.

BA=

BA= .

**(c)** *A= , B= .*

AB=

AB= .

BA no es posible calcularlo.

**Ejercicio 4.**

*Al igual que en los números reales, se define recursivamente la potencia natural de una matriz = , es decir, que no es otra cosa que multiplicar n veces A por sí misma. Dadas A= , B= , calcular:*

**(a)** *.*

= AA

=

= .

**(b)** *.*

= B

= BBB

=

=

= .

**(c)** *AB.*

AB=

AB= .

**(d)** *2 + BA.*

2 + BA= 2AA + BA

2 + BA= 2 +

2 + BA= 2 +

2 + BA= +

2 + BA= .

**Ejercicio 5.**

*Dadas A= , B= , establecer si es cierto que:*

**(a)** *(A + B) (A - B)= - .*

(A + B) (A - B)= -

- AB + BA - = -

- + - = -

- + - = -

- - - .

Por lo tanto, no es cierta esta igualdad.

**(b)** *= - 2AB + .*

= - 2AB +

+ 2AB + - 2AB + .

Por lo tanto, no es cierta esta igualdad.

**Ejercicio 6.**

*Dadas las matrices A= ,B= , C= .*

**(a)** *Calcular AB y AC.*

AB=

AB= .

AC=

AC= .

**(b)** *¿Es válida la propiedad cancelativa en el producto de matrices? (Recordar que la propiedad cancelativa de los números reales dice que, si ab= bc, entonces, b= c).*

No, la propiedad cancelativa en el producto de matrices no es válida. Por ejemplo, en el caso anterior, se ve que AB= AC, pero B C.

**Ejercicio 7.**

*Hallar los valores de a y b para que se cumpla la siguiente igualdad:*

+ =

+ =

= -

=

.

a=

a= 1.

2b= 17 - 10

2b= 7

b= .

**Ejercicio 8.**

*Hallar la matriz X que cumpla + 3X= .*

+ 3X=

3X= -

X= [ - ]

X= [ - ]

X=

X= .

**Ejercicio 9.**

*Sea A una matriz cuadrada 2x2. Probar que, si A tiene una fila (o una columna) nula, entonces, A no tiene inversa.*

A= , B= .

AB= I

=

=

.

A= , B= .

BA= I

=

=

.

Por lo tanto, si A tiene una fila (o una columna) nula, entonces, A no tiene inversa.

**Ejercicio 10.**

*Si A, B, C, D tienen inversa, deducir cuál es .*

= .

**Ejercicio 11.**

*Una empresa que fabrica autos tiene 4 sucursales y fabrica 3 modelos distintos. Tiene*

*guardada en dos matrices, la siguiente información de las ventas del último mes:*

*A= , B= .*

**(a)** *¿Qué dimensión tiene el producto AB? ¿Qué información obtiene al realizarlo?*

El producto AB tiene dimensión 4x2 y la información que se obtiene al realizarlo es el precio y la ganancia de cada una de las 4 sucursales.

**(b)** *Indicar qué representa cada fila y cada columna de la matriz producto.*

Cada fila de la matriz producto representa cada una de las 4 sucursales, mientras que cada columna representa el precio y la ganancia.

**Ejercicio 12.**

*Sea A una matriz cuadrada, que cumple que = 2A - I. Hallar .*

= 2A - I

AA= 2A - A

A= 2A - AA

A= A (2I - A)

A= A (2I - A)

I= I (2I - A)

= 2I - A.

**Ejercicio 13.**

*Sea A una matriz cuadrada, que cumple que = 0 (0 es la matriz nula de la misma dimensión que A). Demostrar que I + A + es la matriz inversa de I - A.*

(I - A) (I + A + )= I

(I - A) I + (I - A) A + (I - A) = I

I - A + IA - + I - = I

I - A + A - + - 0= I

I= I.

(I + A + ) (I - A)= I

I (I - A) + A (I - A) + (I - A)= I

I - AI + AI - + I - = I

I - A + A - + - 0= I

I= I.

Por lo tanto, queda demostrado que I + A + es la matriz inversa de I - A.

**Ejercicio 14.**

*Llevar las siguientes matrices a la forma escalonada y reducida, indicando las operaciones elementales y el rango de cada una.*

**(a)** *A= .*

= - 2 =

= =

= - 6 =

= - 4 =

= - 3 = .

r (A)= 2.

**(b)** *B= .*

= - 2 =

= =

= + 3 =

= + 3 = .

r (A)= 2.

**(c)** *C= .*

= =

= - 6 =

= =

= + = .

r (A)= 2.

**Ejercicio 15.**

*Hallar la inversa, si existe, de las siguientes matrices, mediante operaciones elementales*

*e indicar el rango de cada una:*

**(a)** *A= .*

= + 8

=

= - 4 .

= .

r (A)= r ()= 2.

**(b)** *B= .*

= - 2

=

= - 2

=

= - 3

= + .

= .

r (B)= r ()= 3.

**(c)** *C= .*

=

= - 5

= 2

=

= - .

= .

r (C)= r ()= 3.

**(d)** *D= .*

=

= - 6 .

Por lo tanto, no existe la matriz inversa.

**Ejercicio 16.**

*Dada A= .*

**(a)** *Hallar k para que sea = .*

=

AA=

=

= .

.

4k= -8

k=

k= -2.

k= -2.

= 4

=

= 2

k= 2.

Por lo tanto, el valor de k para que sea = es -2.

**(b)** *Hallado k, encontrar el rango de A.*

A= .

= =

= - = .

r (A)= 1.

**Ejercicio 17.**

*Sea A una matriz nxn:*

**(a)** *Indicar, justificando la respuesta, si es verdadero o falso que (A - ) (A + )= - .*

(A - ) (A + )= AA + A - A +

(A - ) (A + )= + A - A +

(A - ) (A + )= - .

Por lo tanto, es VERDADERO.

**(b)** *Si = , ¿cuál es la inversa de (A + )?*

(A + ) =

(A - ) (A + ) = (A - )

( + A - A - ) = A -

( + A - A - ) = A -

- = A -

= -(A - )

= - A.

(A + )=

(A + ) (A - )= (A - )

( - A + A - ) = A -

( - A + A - ) = A -

(-)= A -

= -(A - )

= - A.

**Ejercicio 18.**

*Dadas las matrices A= , B= y C=.*

**(a)** *Encontrar los números a y b tales que se cumpla AB= C.*

=

= .

.

3a= -9 + 12

3a= 3

a=

a= 1.

6a= 29 - 23

6a= 6

a=

a= 1.

b= -8 + 18

b= 10.

Por lo tanto, los números a y b tales que se cumpla AB= C son 1 y 10, respectivamente.

**(b)** *Encontrar, si es que existe, la inversa de A.*

=

=

= - 6

= - 3 .

= .

**Ejercicio 19.**

**(a)** *Dada D= , encontrar el valor de k para que sea = .*

=

DD=

=

= .

.

5k= -1

k= .

5k= -1

k= .

Por lo tanto, el valor de k para que sea = es .

**(b)** *Con el valor k encontrado, calcular el rango de D.*

D= .

= - 5 = .

r (D)= 1.

**Ejercicio 20.**

**(a)** *Encontrar los números a y b tales que (A + B) C= D, siendo A= , B= , C= y D= .*

[ + ] =

=

= .

.

a= 6 - 3

a= 3.

3b= 6 - 3

3b= 3

b=

b= 1.

a= 5 - 2

a= 3.

b= 4 - 3

b= 1.

Por lo tanto, los números a y b tales que (A + B) C= D son 3 y 1, respectivamente.

**(b)** *Hallar (si existe) .*

=

= - 5

=

= - .

= .

**Ejercicio 21.**

*Demostrar que, si A , B , AB= y B tiene inversa, entonces, A= .*

AB=

AB=

AI=

A= .

Por lo tanto, queda demostrado que, si A , B , AB= y B tiene inversa, entonces, A= .

**Ejercicio 22.**

*Sean las matrices A, B y C de nxn, tales que B tiene inversa. Indicar si la siguiente afirmación es verdadera o falsa, justificando la respuesta: “Si CB= A, entonces, C= A”.*

CB= A

CB= A

CI= A

C= A.

Por lo tanto, esta afirmación es FALSA.

**Ejercicio 23.**

*Demostrar que, si una matriz de 2x2 tiene dos filas iguales, entonces, no tiene inversa.*

A= .

= - = .

r (A)= 1 n= 2.

Por lo tanto, queda demostrado que, si una matriz de 2x2 tiene dos filas iguales, entonces, no tiene inversa.

**Ejercicio 24.**

*Sean A, B y C matrices cuadradas de la misma dimensión. Demostrar que, si A tiene inversa y se cumple que AB=AC, entonces, B= C.*

AB= AC

AB= AC

IB= IC

B= C.

Por lo tanto, queda demostrado que, si A tiene inversa y se cumple que AB= AC, entonces, B= C.